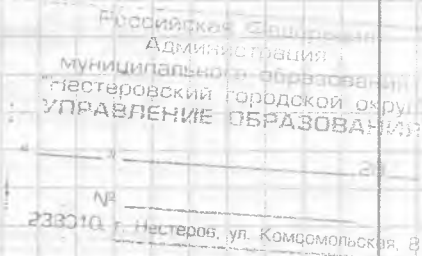


М - 10 - 20



Математика

10 класс

номер места: 20

номер аудитории: 01

Серия, номер паспорта: 27 16 621334

Школа: МАОУ СОШ г. Нестерова

интер В.И. Пачаева

Ф.И.О. ученика: Ефременко Федор
Сергеевич

Ф.И.О. учителя: Харак Лариса
Сергеевна

M-10-320

Задача 51 4 балла

$$(x^4+1)(y^4+1)=4x^2y^2$$

$$x^4y^4+x^4+y^4+1-4x^2y^2=0$$

$$(x^2)^2-2 \cdot x^2y^2+(y^2)^2+(x^2y^2)^2-2 \cdot x^2y^2 \cdot 1+1^2=0$$

$$(x^2-y^2)^2+(x^2y^2-1)^2=0$$

сумма квадратов чисел неотрицательна $\Rightarrow$ чтобы сумма квадратов равнялась нулю, нужно чтобы сами квадраты равнялись нулю и нулю одновременно:

$$\begin{cases} (x^2-y^2)^2=0 \\ (x^2y^2-1)^2=0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x^2-y^2=0 \\ x^2y^2-1=0 \end{cases} \quad \begin{cases} x^2=y^2 \\ x^2 \cdot x^2-1=0 \end{cases}$$

$$x^4-1=0$$

$$x^4=1$$

$$x_1=1 \text{ или } x_2=-1$$

$$y^2=(1)^2$$

$$y^2=1$$

$$y_1 = 1 \text{ или } y_2 = -1$$

$$y^2 = (-1)^2$$

$$y^2 = 1$$

$$y_1 = 1 \text{ или } y_2 = -1$$

Ответ: $(1; 1); (1; -1); (-1; 1); (-1; -1)$

Задание 154 4 баллов

1) Рассмотрим доску 8×8 без 8-ми выделенных прямоугольников 2×1 (выделил их еще не вытискивали); Всего вариантов размещения квадрата 2×2 равняется 49; чтобы это узнать нужно проследить за левым нижним углом квадрата 2×2 ; ясно, что он не может быть в самом правом столбце (т.к. угол левый), и что он не может быть в самой верхней строке (т.к. угол нижний);

выходит, что левый угол может находиться в $(8-1) \times (8-1)$; т.е.

7×7 клетках; т.е. всего вариантов расположения квадрата 2×2 равняется 49;

2) Рассмотрим отдельно прямоугольник 2×1 ; этот прямоугольник представляет 6-ти вариантами появления квадрата 2×2 ; вот эти варианты:



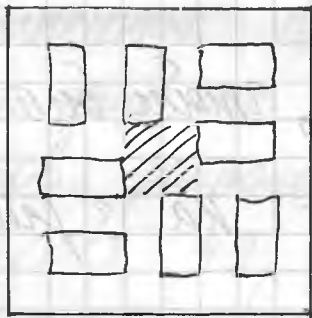
, чтобы было четкой распрелено их на 3 группы:



3) П.к. всего прямоугольников 8, то максимально возможное ~~отвертаны~~ кол-во отвертанных вариантов расположения

Квадрата
кубика 2×2 это $8 \cdot 6 = 48$, а все-
го вариантов расположение квадрата
 2×2 49 $\Rightarrow$ 8 прямоугольников
 2×1 всегда оставляет минимум
1 место для выкидывание квадрата
 2×2 ;

Вот самый неблагоприятный
исход из всех возможных:



Квадрат 2×2 выделен
штрихами;

Ответ: Обязательно

$\triangle$ -ки BQM и $\triangle FQP$ подобны; Аналогично $\triangle QMC \sim \triangle QPD$

4) По к. $\triangle QMC \sim \triangle QPD$, то $\frac{QM}{QP} = \frac{MC}{PD}$

5) По к. $\triangle QBM \sim \triangle QFP$, то $\frac{QM}{QP} = \frac{BM}{FP}$

6) Из пунктов 4 и 5 имеем, что

$$\frac{QM}{QP} = \frac{MC}{PD} \text{ и } \frac{QM}{QP} = \frac{BM}{FP} \Rightarrow$$

$$\frac{MC}{PD} = \frac{BM}{FP} \Rightarrow \frac{MC}{BM} = \frac{PD}{FP} \text{ а т.к.}$$

M середина BC то $MC = BM \Rightarrow$

$$\frac{PD}{FP} = 1 \Rightarrow PD = FP$$

7) По к. $PD = FP$ в $\triangle$ -ике FPD , то KP — это медиана, но также ясно что KP это и высота $\Rightarrow \triangle BQF$ равнобедренный, а

по свойству равнобедренного
 Δ -ика, так при основании равны
 $\Rightarrow \angle KFP = \angle KDP$

8) Так как $\angle KFP = \angle QBC$ (Доказано) и
 $\angle KFP = \angle KDP$ (Доказано), то
 $\angle QBC = \angle KDP$, а

9) Если, что $\angle KDP = \angle KDA$, а
так как $\angle KDP = \angle KDA$, а $\angle QBC = \angle KDP$,
то $\angle KDA = \angle QBC$ — Доказано:

Задача 53 М. Балашев.

1) Так как x, y, z — стороны треуголь-
ника, то они все могут
положительны, а также имеет дей-
ствует теорема о неравенстве
для сторон Δ -ика:



$$\begin{cases} x+y > z \\ x+z > y \\ y+z > x \end{cases}$$

2.) Проведу несколько операций над неравенствами системы:

$$\begin{cases} x+y > z & | \cdot z \\ x+z > y & | \cdot y \\ y+z > x & | \cdot x \end{cases} \quad \begin{cases} xz + yz > z^2 \\ xy + zy > y^2 \\ yx + zx > x^2 \end{cases} +$$

$$x^2 + y^2 + z^2 < 2xz + 2xy + 2yz$$

$x^2 + y^2 + z^2 < 2(xz + xy + yz)$, а это и требовалось доказать;

3.) Найду при каких значениях p ; неравенство $x^2 + y^2 + z^2 < p(xy + xz + yz)$ может быть неверным; иначе словами решу неравенство:

$$x^2 + y^2 + z^2 \geq p(xy + xz + yz) \text{ от } p;$$

4) Б.К. $x^2 + y^2 + z^2 \geq p(xy + xz + yz)$ и $2(xy + xz + yz) > x^2 + y^2 + z^2$, то $\rightarrow$

$$2(xy + xz + yz) > p(xy + xz + yz)$$

5) И. К. $x, y, z > 0$, то

$xy + xz + yz > 0$, тогда

поделю обе части не-

равенства на $xy + xz + yz$ и полу-

чу: $2 > p$; или $p < 2$; выво-

дит, что при $p < 2$ у неравенства:

$$x^2 + y^2 + z^2 \geq p(xy + xz + yz)$$

решение $\Rightarrow$ при $p < 2$ ~~н~~ неравен-

$$x^2 + y^2 + z^2 < p(xy + xz + yz)$$

не всегда верно, а это и

требуется доказать во 2-ой части

этого задания;

Даны положительные ^{5 2 0 баллов} выражение неверно
или x и y разные числа, то

допустим что $x < y$, тогда

это выражение верно

$$2x^{2019} < \frac{(2y^2)^{2019}}{(2x)^{2019}} \Rightarrow$$

$$2x^{2019} \cdot (2x)^{2017} < (2x)^{2018}$$

$$2^{2018} \cdot x^{4036} < 2^{2018} \cdot y^{4036}$$

$x^{4036} < y^{4036}$, но это не всегда?
 так, ~~мы~~ допустим при $x < 1$ и
~~напротив~~ ~~мы~~ $y < 1$
 получили противоречие $\Rightarrow$
 исходное утверждение верно.